PROGETTO “MATEMATICA SENZA PAURA”

PORTOFRANCO PROF. A. CRISTINA MOCCHETTI

Marzo 2009

Y = F(X)

LE INFORMAZIONI NECESSARIE PER TRACCIARE IL GRAFICO

1] IN QUALE INSIEME <u>È DEFINITA</u> LA FUNZIONE?

Per rispondere a questa domanda dobbiamo anzitutto analizzare la funzione stessa per riconoscerne il “tipo”:

- Algebriche:
  - razionali → intere; fratte
  - irrazionali → indice pari; indice dispari
- Trascendenti:
  - goniometriche
  - esponenziali
  - logaritmiche

Dominio (**D**) di una funzione, noto anche come **I**nsieme di **D**efinizione (**ID**) o anche come **C**ampo di **E**sistenza (**CE**), è l’insieme dei valori che si possono assegnare alla variabile indipendente per i quali esiste il corrispondente valore della variabile dipendente, costruito tramite l’ espressione f(x).

2] LA FUNZIONE HA <u>PARTICOLARI SIMMETRIE</u>?

Per rispondere a questa domanda ricordiamo che:

- punti simmetrici rispetto all’asse y hanno stessa ordinata e ascissa opposta:
  $$P(x_P;y_P) \rightarrow P'(-x_P;y_P)$$
- punti simmetrici rispetto all’origine del riferimento hanno ascissa e ordinata opposta:
  $$P(x_P;y_P) \rightarrow P''(-x_P;-y_P)$$

Per stabilire se una funzione è simmetrica rispetto all’asse y, si deve avere **f(x) = f(-x)**. In tal caso la funzione si dice **pari**.
Per stabilire se una funzione è simmetrica rispetto all’origine si deve avere **f(-x) = - f(x)**. In tal caso la funzione si dice **dispari**.

3] QUALI <u>PUNTI DEL GRAFICO</u> DELLA FUNZIONE POSSO FACILMENTE <u>INDIVIDUARE</u>?

Ricordiamo innanzitutto che per individuare un punto di una curva, basta sostituire alla variabile indipendente un qualunque valore appartenente al **D**ominio.

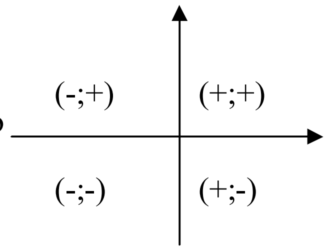
Se **x = 0** è un valore del dominio, sostituiamo alla x tale valore per troveremo il punto della curva di coordinate (0 ; y(0)), ossia il **punto di intersezione** della curva **con l’asse delle ordinate**.

Ricordiamo che la ricerca dei punti di intersezione di una curva con una retta si ottengono risolvendo il sistema composto dall’equazione della curva e dall’equazione della retta.

Risolviamo il sistema $\begin{cases} y = 0 \\ y = f(x) \end{cases}$ per ottenere **i punti di intersezione** della curva **con l’asse delle ascisse**, ossia **gli zeri reali** della funzione

4] IN QUALI PARTI DEL PIANO SI COLLOCA IL GRAFICO DELLA FUNZIONE?

Ricordiamo che il riferimento cartesiano ortogonale Oxy determina sul piano 4 quadranti; ci proponiamo di stabilire, al variare di x nel **D**ominio, quale segno assume la variabile dipendente y.



Calcolare **il segno della funzione** significa determinare, nel **D**ominio, quali valori della variabile indipendente hanno immagine positiva o negativa **risolviamo** dunque la disequazione **f(x) > 0**.

5] QUALE COMPORTAMENTO HA LA FUNZIONE AGLI ESTREMI DEL DOMINIO?

Se il dominio è un intervallo chiuso [a , b] allora la funzione assume un valore finito agli estremi: i punti A(a, f(a)) e B(b, f(b)) appartengono al grafico della funzione. La funzione possiede un **primo punto A** e un **ultimo punto B**.

Se il dominio è un intervallo aperto (a , ∞) occorre **esaminare il limite** della funzione **quando x tende ad ognuno degli estremi** dell’intervallo.

Se $\lim_{x \to a} f(x) = L$ allora (a,L) è un punto a cui il grafico tende, ma che non gli appartiene. In x = a la funzione presenta una discontinuità.

Se $\lim_{x \to a} f(x) = \infty$ allora la retta x =a è asintoto verticale.

Se $\lim_{x \to \infty} f(x) = L$ allora la retta y = L è asintoto orizzontale

Se $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ allora potrebbe esistere un asintoto obliquo di equazione y =mx + q.

La ricerca dei parametri m e q si effettua tramite il calcolo di:

$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = m$ se esiste finito e diverso da zero, allora è il coefficiente angolare dell’asintoto

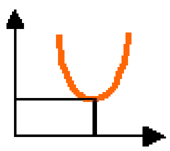
$\lim_{x \to \infty} \left(f(x) - m \cdot x \right) = q$ se esiste finito, allora è l’ordinata all’origine dell’asintoto

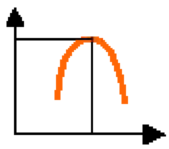
6] COME SI PUÒ DESCRIVERE L'<u>ANDAMENTO DEL GRAFICO</u> IN TUTTO IL DOMINIO?

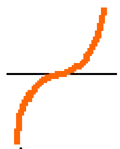
Ricordiamo che accanto ad ogni funzione possiamo costruire la funzione Derivata Prima y'(x) che in ogni x del dominio ne descrive il comportamento: il segno di y'(x) ci informa sul crescere o decrescere della funzione assegnata

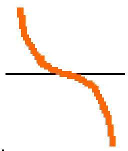
> In corrispondenza dei valori del **D**ominio per cui la funzione è derivabile e
> per cui **y'(x) > 0** , la **funzione** assegnata è **crescente**
> per cui **y'(x)< 0** , la **funzione** assegnata è **decrescente**
> per cui **y'(x) = 0** , la **funzione** assegnata è **stazionaria**

!!!!! ATTENZIONE !!!!!
La funzione può essere stazionaria in diversi modi:

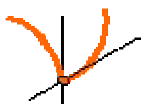

Punto di minimo

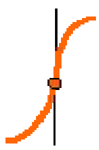

Punto di massimo

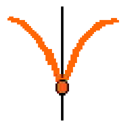

Flesso ascendente


Flesso discendente

!!!!! ATTENZIONE !!!!!
Ci sono valori del dominio in cui la funzione non è derivabile:


Punto angoloso


Flesso a tangente verticale


Cuspide

Puoi approfondire e rinfrancare le tue conoscenze accedendo al sito:
www.math.it tutorial per lo studio grafico analitico di una funzione; tutorial per la classificazione di una funzione; autoverifiche strutturate; grafici delle principali funzioni analitiche

Per esercitarsi:

$A]\, y = 12x + 2x^3 - 9x^2 - 5$; $B]\, y = \dfrac{x^2}{4 - x^3}$; $C]\, y = 1 + \sqrt{x^2 - 2x + 5}$; $D]\, y = \sqrt[3]{3x^2 + x^3}$

$E]\, y = \sin(x) + \dfrac{1}{3}\sin(3x)$; $F]\, y = \log(4x^3 - x^2 - 3x)$; $G]\, y = e^{3x} + 2e^{2x} - 3e^{x}$